

Control de seguimiento de trayectoria para interacción de Glucosa-Insulina en sangre

¹H. Fonseca, ¹A Cabrera, ²J. Chairez, ¹G. Gálvez

¹Departamento de Bioelectrónica
Unidad Profesional Interdisciplinaria de Biotecnología
del Instituto Politécnico Nacional, México D. F.,
²Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN
Phone (55) 57296000 ext. 56355
E-mail: acabrerall@ipn.mx

RESUMEN

En este artículo se desarrolló un control de seguimiento de trayectoria mediante la modificación de la entrada del sistema. Este control depende de tres factores: la dinámica de los estados del sistema, la dinámica de los pesos generados por un neuro identificador y un sistema de referencia. Esta técnica de control se aplicó al modelo de Bergman de interacción de glucosa e insulina en la sangre, mediante la creación del suministro externo de glucosa e insulina, usando un modelo de referencia generado a partir de los niveles normales de concentración de glucosa e insulina normal. La prueba de eficiencia es probada mediante el cálculo numérico de todo el sistema

Palabras clave: Seguimiento de trayectoria, Modelo de Bergman, Neuro identificador, Sistema de referencia.

ABSTRACT

In this paper is shown a Neuro Trajectory Tracking Control algorithm based in the creation of new input states from a reference model. These states depend of the three factors: the system states dynamic, the dynamic of the neuro identifier weights generated with the reference system. This technique was applied to the glucose-insulin interaction called Bergman's model, which consider two external inputs and the normal levels of glucose and insulin concentrations. The reference model is design based in the patient's normal concentrations. The algorithm efficiency is tested by numerical calculation on the system.

Key words: Bergman Model, Neuro Trajectory Tracking Control, Neuro identifier.

1. INTRODUCCIÓN

Los estudios de los sistemas de control hormonales, están implicados en la regulación del metabolismo de glucosa, brindándoles ventajas potenciales a los fisiólogos y científicos. El funcionamiento eficiente de estos procesos complejos, con su control de niveles múltiples, puede proporcionar un paradigma útil para el científico. Igualmente, el malfuncionamiento de estos sistemas de control, da lugar a los estados patológicos que son la preocupación del médico.

La insulina es el factor más importante para el proceso de la digestión, en el cual se descomponen los alimentos para crear glucosa, la mayor fuente de combustible para el cuerpo. Esta glucosa pasa a la sangre, donde la insulina favorece su entrada a las células.

Cuando la glucosa eleva su concentración, se estimula la secreción de la insulina desde el páncreas. Esto conlleva un aumento en el nivel de insulina en sangre, induciendo el ingreso de la glucosa al interior de las células de todos los tejidos. La salida creciente de la insulina en la sangre y del líquido intersticial conduce a una disminución de la concentración de la glucosa, que produce posteriormente una reducción en la secreción de la insulina [1], [2].

Diabetes Mellitus. Este defecto de la insulina provoca que la glucosa se concentre en la sangre, de forma que el cuerpo se ve privado de su principal fuente de energía. Además, los altos niveles de glucosa en la sangre pueden dañar los vasos sanguíneos, los riñones y los nervios. No existe una cura para la diabetes, por lo tanto el método de atención para personas afectadas por este desorden, es solo controlarlo, es decir, mantener los niveles de glucosa en la sangre lo más cercanos posibles a los normales, vía suministro externo de insulina. Un buen control puede ayudar a la prevención de complicaciones de la diabetes relacionadas al corazón y el sistema circulatorio, los ojos, riñones y nervios[2].

Los modelos matemáticos biológicos que brindan características del comportamiento de algunos procesos biológicos estudiados, en este caso de la regulación de glucosa en el organismo humano (Modelo de Bergman), en las diferentes etapas del consumo diario para el mantenimiento del equilibrio de concentraciones normales de glucosa e insulina.

La técnica de las redes neuronales parece ser muy eficaz para la identificación y control de sistemas no lineales complejos especialmente en ausencia de información completa del modelo (modelo de la "caja-gris"), una de las características de las redes es su alta sensibilidad a la aproximación de la función y a los datos de entrenamiento (no tienen memoria, así que sus salidas son determinadas únicamente por las entradas y los pesos actuales) [3].

Sin embargo, el método utilizado son las redes neuronales dinámicas [4], [5] como un sistema de identificación (neuro-identificador) para la obtención de las variables del modelo ya que la estructura matemática del comportamiento dinámico de la insulina-glucosa se asume no conocido. Sin embargo, también se estima que las tres variables de importancia en este proceso (VII) están disponibles para su medición. El empleo del neuro-identificador busca adquirir las propiedades del modelo, para finalmente, realizar un sistema de seguimiento basado en los estados identificados.

2. METODOLOGÍA

2.1 Redes Neuronales Diferenciales

En esta sección se describe la Red Neuronal Dinámica (RND), aplicada como neuro-identificador y controlador de seguimiento. Se estima los estados de la planta, por medio de la red neuronal, después, estos estados estimados son aplicados al sistema de control de seguimiento que retroalimenta a la planta y al identificador mediante la alteración de la entrada para el seguimiento del sistema de referencia. La estructura empleada de la Red Neuronal Diferencial (RND) se propone para desarrollar la estimación de los estados del modelo. La estructura de esta RND y corresponde a una Red Neuronal Artificial (RNA) multicapa de Hopfield. La dinámica del identificador de RND es continua en el tiempo y está dada por (I)

$$\frac{d\hat{x}_t}{dt} = A\hat{x}_t + W_{1,t}\sigma(V_{1,t}\hat{x}_t) + W_{2,t}\phi(V_{2,t}\hat{x}_t)\gamma(u_t) \quad (I)$$

Donde: $W_{1,t} \in \mathbb{R}^{n \times d}$, $W_{2,t} \in \mathbb{R}^{n \times k}$ son las matrices

de peso de la RND, $V_{1,t} \in \mathbb{R}^{p \times n}$, $V_{2,t} \in \mathbb{R}^{r \times n}$ Describen las matrices de peso de la capa oculta en la red respectivamente; las funciones

vectoriales $\phi(\cdot): \mathbb{R}^r \rightarrow \mathbb{R}^k$ es una matriz

diagonal y $\sigma(\cdot): \mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}^d$ son funciones de tipo sigmoideal (II)

$$\sigma_i(x) = \frac{a_i}{1 + e^{-b_i^T x}} - c_i, \phi_i(x) = \frac{\hat{a}_i}{1 + e^{-\hat{b}_i^T x}} - \hat{c}_i \quad (II)$$

Las leyes de aprendizaje para los pesos de la RND están dadas por un sistema de ecuaciones diferenciales descrito por:

$$\begin{aligned} \dot{W}_J &= -S_t K_J P \Delta_t (\gamma_J - \bar{X}_t \tilde{V}_{J,t}^T D \gamma_J) \\ \dot{V}_J &= -S_t K_{J+2} (D \gamma_J W_{J,t}^T P \Delta_t \gamma_J + \frac{\ell_J}{2} \Lambda_J \tilde{V}_{J,t} \hat{X}_t X_t^T) \quad (III) \\ \gamma_J &= \begin{cases} \sigma \rightarrow J=1 \\ \phi \gamma \rightarrow J=2 \end{cases} \quad D \gamma_J = \begin{cases} D \sigma \rightarrow J=1 \\ D \sigma \gamma(u) \rightarrow J=2 \end{cases} \end{aligned}$$

La función $\gamma(\cdot): \mathbb{R}^s \rightarrow \mathbb{R}^k$ se asume acotada

$$\|\gamma(u_t)\|^2 \leq \bar{u} \quad \text{Para el propósito de este trabajo}$$

$$\gamma(\cdot) = u$$

La matriz de ganancia es $K = P^{-1} H \Lambda_\epsilon$

Las matrices constantes $\Lambda_{W_1}^{-1}$, $\Lambda_{W_2}^{-1}$, $\Lambda_{\epsilon_1}^{-1}$ son los parámetros de procedimiento que deben ser seleccionados mediante el método de ensayo y error [4], [5]

El modelo de control basado en los estados del identificador [4], [5] se describe con:

$$u_t = u_{1,t} + [W_{2,t} \phi(\hat{x}_t)]^T u_{2,t} \quad (IV)$$

Donde la primera sección del control $u_{1,t}$ se utiliza como un compensador de la no linealidad presente en la estructura de la RND (V).

$$u_{1,t} = [W_{2,t} \phi(\hat{x}_t)]^T [\phi(x_{1,t}^*, t) - A x_{1,t} - W_{1,t} \sigma(\hat{x}_t)] \quad (V)$$

Y la segunda parte u_2 se utiliza para alcanzar el seguimiento de la trayectoria deseada $\phi(x_{1,t}^*, t)$ lo cual se obtiene de la elección de una función de Lyapunov adecuada y su correspondiente prueba de estabilidad:

$$u_{2,t} = A(x_t - \hat{x}_t) - (\dot{x}_t - \dot{\hat{x}}_t) \quad (VI)$$

La estructura del control esta integrado por el modelo que se desea controlar un neuro identificador, un sistema de referencia con la trayectoria deseada y un control que genera la entrada para el modelo y la RND (Fig. 1).

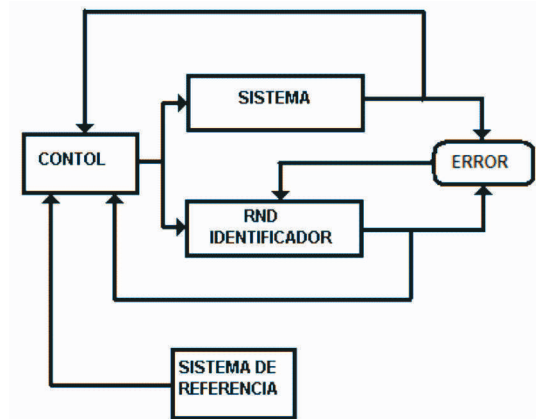


Fig. 1 Diagrama a bloques del Control de seguimiento de trayectoria

La realización del esquema de control de seguimiento es necesario un sistema que posea la propiedad de identificación en el sentido de los sistemas no lineales (IV). El modelo de Bergman (VII), cumple con esta condición y está descrito por.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -n(x_1 + I_1) + (u(t)/V_1) \\ \dot{x}_2 &= -p_1 x_2 - x_3(x_2 + G_B) + P(t) \quad (VII) \\ \dot{x}_3 &= -p_2 x_3 + p_3 x_1 \end{aligned}$$

Donde x_1 es la diferencia de la concentración de insulina en el plasma y x_2 es la diferencia de concentración de glucosa en el plasma; x_3 es proporcional a la concentración de insulina en el compartimiento remoto; $u(t)$ y $P(t) = B e^{-kt}$ son las razones de infusión de insulina y glucosa externa respectivamente, I_B y G_B son los valores basales de la concentración de insulina y glucosa en el plasma.

V_1 el volumen de distribución de insulina y n es la fracción de la razón de eliminación de insulina; p_1 , p_2 y p_3 representan los parámetros del sistema.

Debido a la necesidad del desarrollo de un sistema de identificación en el modelo, el estudio de identificación (I) ha sido desarrollado previamente con resultados satisfactorios [3].

La planta desconocida será el modelo de Bergman (VII) al cual se le aplicó un neuro-identificador (I), ya entrenado (mediante el uso de un conjunto de datos obtenidos a partir del modelo, pero sin suponer que su estructura en ecuaciones diferenciales es conocida). Mediante las leyes de aprendizaje y la estructura (RND) se implementó un control basado en redes neuronales y seguimiento de trayectoria, mediante la modificación de la entrada dada por las ecuaciones (IV), (V) y (VI).

El modelo de referencia $\varphi(x_i^*, t)$ utilizado es:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= (u - x_2)0.2 \\ \dot{x}_2 &= (u - x_2) \\ \dot{x}_3 &= (u - x_2)2 * 10^{-5}\end{aligned}\quad (\text{VIII})$$

Donde:

x_1 Es la concentración de la insulina deseada,

x_2 Es la concentración de glucosa deseada,

x_3 Es la concentración de insulina en el compartimiento remoto.

Empleado este sistema como representación del comportamiento de estos mismos estados como un paciente en condiciones normales.

3. RESULTADOS

Caracterizar el equilibrio total de la glucosa en plasma, se puede ampliar para incorporar la dinámica de diferentes modelos con ecuaciones diferenciales, los cuales dan aproximaciones de las variables, una de ellas es la concentración de glucosa en el plasma en intervalo de un día con ingesta de comida cada seis horas que se empleó (Fig.2.)

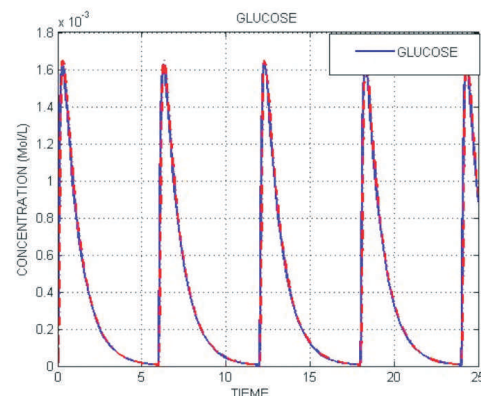


Fig. 2 Concentración de glucosa en un individuo normal

Otra de las variables es la concentración de insulina en el plasma y como se eleva su concentración al aumentar la concentración de glucosa en la sangre (Fig.3).

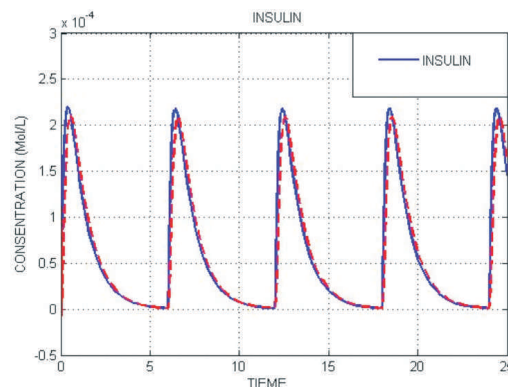


Fig. 3 Concentración de insulina en un individuo normal

La realización del cálculo numérico para el modelo de Bergman nos da una estructura del comportamiento de los tres estados (Fig. 4)

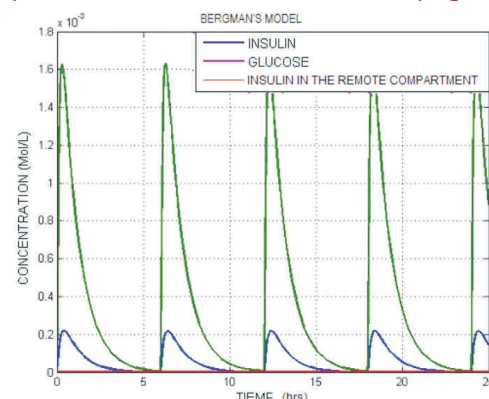


Fig. 4 Dinámica del modelo de Bergman

El cálculo numérico del sistema de referencia que se empleó para la realización del control nos proporciona una mejor dinámica de las concentraciones de insulina, glucosa e insulina en el compartimiento remoto (Fig. 5).

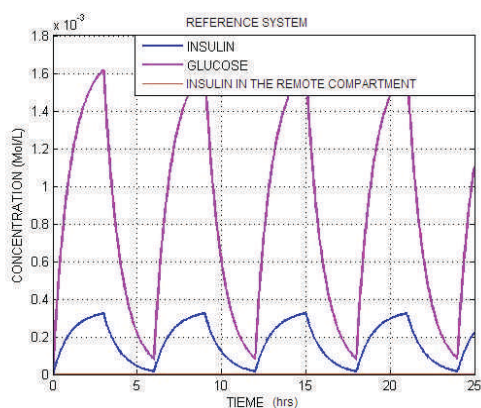


Fig. 5 Sistema de referencia

La solución numérica realizada para la generación del control de suministro de insulina y de glucosa externo I_B y G_B el cual se generó por medio de las ecuaciones de control de seguimiento de trayectoria (Fig. 6).

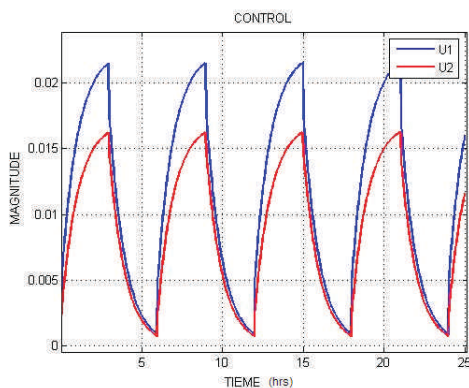


Fig. 6 Dinámica del control

La Fig. 7 muestra el cambio de la concentración de insulina en el periodo de 24 horas siguiendo la trayectoria propuesta de concentración de insulina

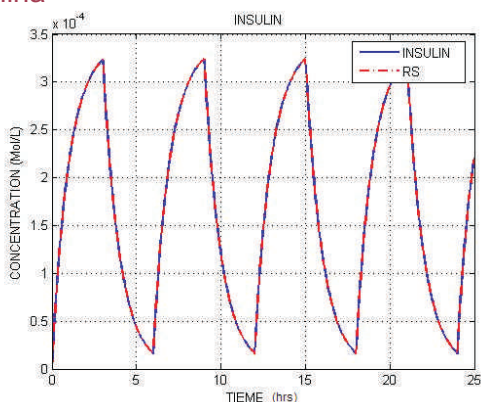


Fig. 7 Respuesta del sistema bajo el control en la insulina

La Fig. 8 muestra la evolución de la concentración de glucosa del modelo de Bergman y el modelo de referencia

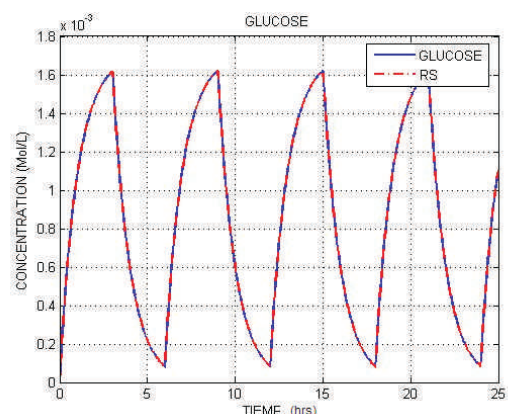


Fig. 8 Respuesta del sistema bajo el control en la glucosa

La Fig.9 muestra la dinámica de la concentración de insulina en el compartimiento remoto del modelo de Bergman y el modelo de referencia

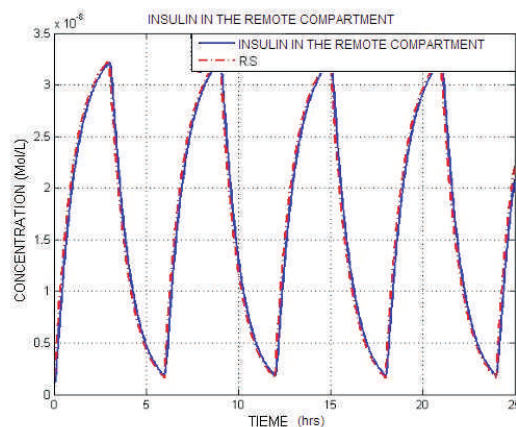


Fig. 9 Respuesta del sistema bajo el control en la insulina en el compartimiento remoto

4. DISCUSIÓN

El implemento del control de seguimiento de trayectoria depende del tipo de entrada al modelo original creado por el control, este control cambiara dependiendo del sistema de referencia propuesto, por lo que la evolución del sistema de referencia no debe de ser arbitrariamente seleccionada en comparación con la del modelo de Bergman, ya que el control afecta directamente al modelo y este puede ser bruscamente alterado produciendo respuestas no deseadas e incluso con valores extremos.

5. CONCLUSIONES

La implementación del control de seguimiento de trayectoria ha demostrado tener una buena eficacia para que el modelo original sea conducido a seguir la trayectoria de la evolución externa proporcionada por el modelo de referencia propuesto. Se concluye que, los resultados indican la posibilidad de construir un sistema de infusión de insulina y glucosa en pacientes diabéticos.

REFERENCIAS

- [1]. A. M., Leisbel B. S., Edward T. g., Daviddovac Z., Botz C. K., Zingg W. (1974), "Clinical control of diabetes by the artificial pancreas", Diabetes Vol. 23, No. 5 pp. 98-104
- [2]. A. M. (1979), "Devices for the control of Diabetes Mellitus", Proceeding of the IEEE, Vol. 67, No. 9, pp 1308-1319
- [3]. H Fonseca.. M., Ortiz V. H., Cabrera A. I, Redes Neuronales Estocásticas Aplicadas al Modelo Dinámico de Glucosa para Pacientes Diabéticos. XXVI SOMIB Congreso Nacional De Ingeniería Biomédica, (CINVESTAV), México,. Noviembre 2003,
- [4]. A. Poznyak., E. Sanchez and Wen Yu. "Differential Neural Networks for Robust Nonlinear Control (Identification, States Estimation and Trajectory Tracking)" CINVESTAV-IPN. México D.F. pp. 59-10, 215-220.
- [5]. A Poznyak. S. Poznyak, W. Yu, E. N. Sanchez, and J. P. Perez, Nov. 1999. "Nonlinear adaptive trajectory tracking using dynamic neural networks," IEEE Trans. Neural Networks, vol. 10, pp. 1402--1411,