



# Detección de No-Gaussianidad en Señales Eléctricas de Estructuras Cerebrales Profundas

JM. Morales<sup>1</sup>, J. Teijeiro, E. Guerra, G. López, R. Masías.

## RESUMEN

Se emplea el análisis espectral de orden superior para detectar la presencia de no-gaussianidad en señales eléctricas de estructuras profundas del cerebro de pacientes parkinsonianos operados en el CIREN. Fueron procesados un total de **800** señales agrupadas por tipo de estructura en **8** grupos diferentes (**100** por grupo) en un total de **100** pacientes. Las señales fueron registradas con semimicroelectrodos, filtradas en una gama de frecuencias entre **100-1000Hz**, evitando la contaminación con cualquier artefacto externo y la interferencia de cualquier otro estímulo durante el registro. Se comparan los resultados de la función de bicoherencia de señales patrones con la calculada para las señales y se aplica la prueba estadística de *Hinich* sobre la base de dicha función para contrastar la hipótesis de normalidad en la distribución de las mismas. Como resultado los valores máximos ( **$0.036 \pm 0.0418$** ) del cuadrado de la función de bicoherencia de las señales se corresponden con señales distribuidas normalmente y se obtienen valores de probabilidad promedio de estar errados al aceptar la hipótesis de la presencia de no-gaussianidad de  **$p=0.986 \pm 0.0110$** . Se concluye que en las señales registradas con microelectrodos en estructuras profundas del cerebro en pacientes parkinsonianos no aparecen no-gaussianidades significativas y que por ende la estadística de dicho proceso puede ser evaluada a partir de información brindada por los procedimientos que emplean la función de autocovarianza y el espectro de potencia.

**Palabras clave:** *Procesamiento de Señales, Análisis de Series de Tiempo, señales cerebrales, Análisis Espectral de Alto Orden, Enfermedad de Parkinson y Prueba de Gaussianidad.*

## Detection of Non-Gaussianity in Electric Signs of Deep Cerebral Structures

### ABSTRACT

The higher-order spectral analysis is used to detect the presence of Non-Gaussianity in electric signs of deep structures of the brain of parkinsonian patients, who were intervened surgically at CIREN. A total **800** signs contained by structure type in **8** different groups were processed (**100** for group) in to total of **100** patients. The signs were registered with semimicroelectrodes, filtered in a range of frequencies between **100-1000Hz**, avoiding the contamination with any external noise and the interference of any other stimulate during the registration. The results of the function of bicoherence of signs patterns are compared with the calculated for the signs and the statistical test of *Hinich* is applied on the base of this function to contrast the hypothesis of normality in the distribution of the same ones. As a result the maximum values ( **$0.036 \pm 0.0418$** ) of the square of the function of bicoherence of the signs they belong together with signs Gaussian-distributed and values of probability average of we are wrong when accepting the hypothesis of the presence of no-gaussianidad of  **$p=0.986 \pm 0.0110$** . We concluded that in the signs registered with microelectrodos in deep structures of the brain in Parkinson's disease patients don't appear significant non-Gaussianity and that the statistic of this process can be evaluated starting from information offered by the procedures that use the autocovariance function and the spectrum of power.

**Keywords:** *Signal Processing, Time Series Analysis, Brain Signals, higher-order spectral analysis, Parkinson's disease and test of Gaussianity.*

---

<sup>1</sup> Centro Internacional de Restauración Neurológica; Ave 25 #15805, Siboney, Playa, Ciudad de La Habana, Cuba. E-mail: [jm@neuro.sld-cu](mailto:jm@neuro.sld-cu), Tel: (53) (7)-215044 ext. 152



## 1. INTRODUCCIÓN

El estudio de cualquier proceso impone la selección de los métodos y procedimientos matemáticos adecuados para obtener de los mismos la mayor cantidad de información posible. En general esto es un proceso no trivial y depende en gran medida de las características del proceso objeto de estudio. En este sentido el análisis en el dominio frecuencial ha encontrado amplio uso[3, 4, 5, 14].

El análisis espectral trata de describir el comportamiento frecuencial de una señal, proceso aleatorio o sistema que es caracterizado por un conjunto finito de datos. La estimación del *Espectro de Potencia* o *Densidad Espectral de Potencia* (PSD) es útil en una variedad de aplicaciones, incluyendo la detección de señales en procesos de amplia banda de ruido [3, 5, 14].

La PSD  $P_{2x}(f)$  de un proceso aleatorio estacionario está relacionado matemáticamente con la función de autocovarianza  $\gamma_{xx}(m)$  de dicho proceso por la transformada discreta de Fourier (1), esta última es computada óptimamente por el algoritmo conocido como Transformada Rápida de Fourier (FFT)[3, 4, 5, 14].

$$P_{2x}(f) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \mathbf{g}_x(m) e^{-2\pi f m} \quad (1)$$

$$\text{donde } \mathbf{g}_x(m) = E\{x^*(n)x(n+m)\} \quad (2)$$

$E\{\}$ , en (2) simboliza la esperanza matemática y  $*$  la conjugada compleja de la función temporal  $x(n)$ . Una representación equivalente es la siguiente [1, 3, 4, 5, 14]:

$$P_{2x}(f) = E\{X(f)X^*(f)\} \quad (3)$$

$$\text{donde } X(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)e^{-2\pi f n} \quad (4)$$

En el sentido *estricto* de la palabra un proceso aleatorio se llama estacionario si la función densidad de probabilidad del mismo es invariable en el tiempo. Al solucionar muchos problemas prácticos se simplifica el modelo considerando el proceso aleatorio estacionario en el sentido *amplio* de la palabra, cuando se cumple la condición de constancia de la esperanza matemática (momento de primer orden del proceso) y cuando la función de autocovarianza (momento de segundo orden) no depende del punto de referencia en el tiempo, sino solo del retardo  $m$  entre las realizaciones [3, 14].

Cualquier proceso aleatorio estable es estacionario en el sentido amplio de la palabra y el mismo posee tiempo finito de correlación [3, 5, 14].

Un proceso aleatorio se dice ser normal o Gaussiano si su función de distribución es normal[4, 5, 14]. Debido a que la distribución normal está caracterizado únicamente por sus dos primeros momentos (esperanza y autocovarianza) el término *estricto* y *amplio* son equivalentes para dichos procesos.

La media, la función de autocovarianza y el análisis del *Espectro de potencia* o *Densidad Espectral de Potencia* de las series de tiempo proporciona completa información acerca de las propiedades estadísticas de un proceso aleatorio solamente bajo la consideración de *Estacionariedad* y *Gaussianidad* (*Normalidad*). Si estas consideraciones son violadas solamente es obtenida información parcial y se hace necesario el empleo de otros procedimientos para obtener el resto de la información de dicho proceso[1, 2, 6].

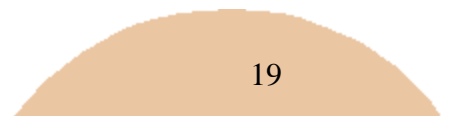
Hay mucha más información en un proceso aleatorio no-gaussiano que la aportada por la función de autocovarianza y la función de densidad espectral de potencia. El análisis espectral de orden superior permite obtener esta información adicional.[1, 11, 12, 13].

El análisis espectral de orden superior tiene su base en los momentos de orden superior del proceso, los cuales no son más que una generalización natural de la función de autocovarianza y los cumulants que constituyen combinaciones no lineales específicas de los momentos del proceso y que se representan como sigue[1, 2, 10, 11]:

$$C_{1x} = E\{x(n)\} \quad (5a)$$

$$C_{2x}(k) = E\{x^*(n)x(n+k)\} \quad (5b)$$

$$C_{3x}(k, m) = E\{x^*(n)x(n+k)x(n+m)\} \quad (5c)$$



$$C_{4x}(k, m, l) = E\{x^*(n)x(n+k)x(n+m)x(n+l)\} - C_{2x}(k)C_{2x}(l-m) - C_{2x}(l)C_{2x}(k-l) - M_{2x}(m)M_{2x}(k-l) \quad (5d)$$

El cumulant de primer orden  $C_{1x}$  de un proceso es el momento de primer orden o la esperanza, el cumulant de segundo orden  $C_{2x}(m)$  es el momento de segundo orden o función de autocovarianza, el cumulant de tercer orden  $C_{3x}(m, l)$  es el momento de tercer orden del proceso, el cumulant de cuarto orden  $C_{4x}(k, m, l)$  es una combinación de los anteriores donde el primer miembro del lado derecho es el momento de cuarto orden del proceso y  $M_{2x}(k) = C_{2x}(k)$  para procesos de valores reales [1, 2, 10].

Para retardos de tiempo iguales a cero los cumulants tienen nombres especiales:  $C_2(0)$  es la *varianza* y es usualmente denotado por  $\sigma_{2x}$ ;  $C_3(0,0)$  y  $C_4(0,0,0)$  son usualmente denotados por  $\sigma_{3x}$  y  $\gamma_{4x}$ . Las cantidades normalizadas  $\gamma_{3x}/\sigma_{2x}^3$  y  $\gamma_{4x}/\sigma_{2x}^4$  como *skewness* y *kurtosis* [1, 14].

El espectro de segundo orden o *biespectro*  $P_{3x}(f1, f2)$  y el *triespectro*  $P_{4x}(f1, f2, f3)$  y los respectivos cumulants están relacionados por la transformada de Fourier de segundo orden como muestra las ecuaciones siguientes [1, 10]

$$P_{3x}(f1, f2) = \sum_{k, m=-\infty}^{\infty} C_{3x}(k, m) e^{-2\pi(f1k + f2m)} \quad (6)$$

$$P_{4x}(f1, f2, f3) = \sum_{k, m, l=-\infty}^{\infty} C_{4x}(k, m, l) e^{-2\pi(f1k + f2m + f3l)} \quad (7)$$

Una representación equivalente para el *biespectro* a partir de  $X(f)$  es la mostrada a continuación [1, 5]:

$$P_{3x}(f1, f2) = E\{X^*(f1 + f2)X(f1)X(f2)\} \quad (8)$$

Como se sabe  $X(f)$  puede evaluarse en las frecuencias entre 0 y la frecuencia de Nyquist  $f_N$  [1, 6], por lo que  $P_{3x}(f1, f2)$  puede evaluarse para valores de frecuencias tales que  $f1 + f2 \leq f_N$ , esta zona es conocida con zona *no redundante* [1, 13].


También es posible obtener a partir del *biespectro* la función de *bicoherencia*  $B_{2x}(f1, f2)$  (9), un estadístico muy útil, que a diferencia de la *Coherencia* que relaciona el nivel de acoplamiento en frecuencias de dos señales diferentes registradas simultáneamente, es una medida de la relación mutua entre componentes de frecuencias dentro de la misma señal [1, 6].

$$B_{2x}(f1, f2) = \frac{P_{3x}(f1, f2)}{\sqrt{P_{2x}(f1)P_{2x}(f2)P_{2x}(f1 + f2)}} \quad (9)$$

En la práctica el proceso aleatorio es caracterizado por una serie finita de datos y por tanto deben obtenerse estimadores consistentes para los cumulants, sus respectivos espectros y por tanto de la bicoherencia. Estos estimadores son caracterizados por sus *bias* (diferencias de la esperanza del estimador con el valor real del proceso) y *varianza* (variación alrededor del valor esperado). Las técnicas para estimar el espectro de potencia y los espectros de ordenes superiores se dividen en dos grandes grupos: Las no paramétricas (suavizamiento empleando una ventana espectral, segmentación o método de Welch, método de Multitaper) y las paramétricas (método de Burg, método de la covarianza, método de covarianza modificado, MUSIC, Yule-Walker y otros métodos ARMA), se han reportado otros métodos sobre la base de criterios (criterio de máxima entropía de Burg y criterio de máxima probabilidad de Capton). Cada uno de estos métodos establece un compromiso entre las bias y la varianza que es posible alcanzar [1, 3, 14].

Hinich [6] ha desarrollado un algoritmo para probar la presencia de no-gaussianidad y la linealidad en procesos aleatorios a partir del estimador del *biespectro* de dicho proceso. La idea básica consiste en que si el cumulant de tercer orden del proceso es cero entonces su *biespectro* es cero y por tanto su bicoherencia es también cero. Si el *biespectro* es diferente de cero entonces el proceso es no-gaussiano. Si el proceso es lineal y no-gaussiano, entonces la bicoherencia es una constante diferente de cero. El empleo de estimadores del *biespectro* provoca que para procesos gaussianos el *biespectro* no es exactamente igual a cero, sino que fluctúa aleatoriamente cerca de este valor y por lo tanto es necesario probar estadísticamente si estas fluctuaciones son significativas.

Ha sido establecido [1] que el estimador del *biespectro* usando métodos convencionales es asintóticamente Gaussiano complejo, adicionalmente este estimador en frecuencias diferentes son incorrelacionadas. Si  $P_{3x}$  es distribuido gaussiano, se conoce que  $|P_{3x}|^2$  es distribuido chi-cuadrado con dos grados de libertad. En la metodología propuesta por Hinich el



cuadrado de bicoherencia  $|B3x(f1,f2)|^2$  es sumada en los puntos de la zona no redundante del biespectro y es obtenido el estadístico S el cual es distribuido chi-cuadrado central con  $P$  grados de libertad, donde  $P$  depende de la ventana de suavizamiento y el numero de puntos en el cálculo de la FFT[6]. La consistencia de la prueba de no-gaussianidad es reportada en la probabilidad de cometer un error al aceptar la hipótesis de presencia de no-gaussianidad en los datos es decir cuando S se aparta de la distribución chi-cuadrado central. Si como resultado de la prueba anterior se asume la presencia de no-gaussianidad y los datos son lineales se espera que la bicoherencia sea constante para todo  $f1$  y  $f2$ .

En la practica la bicoherencia estimada podría no ser plana, pero se puede obtener un estimado del valor constante promediando los resultados en todo el rango de frecuencias. El rango *interquartile*[4] del cuadrado del estimador puede ser comparado con el rango *interquartile* de la distribución chi-cuadrado con dos grados de libertad y excentricidad igual al valor medio y contrastar la hipótesis de linealidad [6].

En el presente trabajo se emplea el análisis espectral de orden superior y la metodología explicada brevemente arriba para detectar la presencia de no-gaussianidad en señales eléctricas de estructuras cerebrales profundas registradas en pacientes parkinsonianos intervenidos quirúrgicamente en el CIREN[9].

## 2. METODOLOGÍA

### Adquisición y selección de las señales

Las señales para el estudio fueron registradas durante la intervención quirúrgica a pacientes parkinsonianos utilizando semimicroelectrodos y el sistema de registro para señales profundas del cerebro NDSR[7, 8]. Las mismas fueron filtradas analógicamente previo a su digitalización para una gama de frecuencias entre 100-1000Hz. Fue utilizado un tiempo de muestreo de 250 $\mu$ s (4kHz) y 12 bit de resolución durante un tiempo de 2 s (8000 observaciones).

Se seleccionaron aleatoriamente 100 pacientes de un total 280, de los cuales se seleccionaron 100 señales para cada uno de los 8 grupos formados, atendiendo al tipo de estructura cerebral: 1.*Subtálamo*, 2.*Pálido Medial*, 3. *Pálido Lateral*, 4.*Tálamo*, 5.*VIM*, 6. *Estriado*, 7.*Sustancia Blanca Subestriatal* y 8.*Cápsula*. Las mismas se filtraron evitando la presencia de cualquier interferencia externa o estimulación observada para garantizar la estabilidad de las mismas. Esta clasificación por estructura fue realizada por el personal medico atendiendo a criterios anátomo –fisiológicos[7, 8, 9], durante el registro de cada señal .

### Filtrado digital

Para garantizar la eliminación de los componentes de frecuencias fuera de la gama de interés y el ruido introducido por el equipamiento analógico se realiza un filtrado digital de cada una de las señales, empleando un filtro *Chevichev de segundo tipo* de 12<sup>mo</sup> orden, pasabanda de 100-1000Hz, con 20db(1/100) de atenuación en la banda rechazada y una un ancho entre banda de 10Hz..

### Estimación del biespectro y la bicoherencia

Fue utilizado para el cálculo el *Toolbox de Procesamiento de Señales* disponible en el paquete profesional de programas *MATLAB* (MathWorks, Inc.) que dispone de una rutina (*glstat.m*) que implementa la prueba de Hinich. En la misma el biespectro y la bicoherencia son estimados por el método no paramétrico de suavizamiento con ventana espectral (*boxcar*) y segmentación (*método de Welch*). Para el cálculo de la trasformada de Fourier de segundo orden fueron utilizados segmentos de **1024** observaciones solapados en un **30%**. El coeficiente de suavizamiento  $C$  para la ventana seleccionado es de **0.51**, con el cual se obtienen adecuados valores de varianzas y bias.

Los valores de las probabilidades de estar errados al considerar cierta la hipótesis de presencia de no-gaussianidad fueron calculados para cada señal, se obtuvo el promedio para cada grupo y se tabularon. Los resultados de la bicoherencia de las señales han sido comparados con los resultados obtenidos para señales con distribución Gaussiana generadas artificialmente.

## 3. RESULTADOS

En la figura 1 se muestran señales representativas de cada uno de los grupos luego que las mismas han sido filtradas digitalmente, donde se puede observar la estabilidad en el tiempo, base sobre la cual se han considerado validas las condiciones de estacionariedad del proceso que tiene lugar en dichas estructuras.

Los gráficos para el cuadrado de la bicoherencia para una señal generada artificialmente y con distribución No-Gaussiana a) y Gaussiana b) se muestra en la figura 2.

En la Tabla I se muestra la estadística descriptiva de la función  $|B3x(f1,f2)|^2$  y los resultados obtenidos con la prueba de Hinich., con coeficiente de suavizamiento  $C=0.51$  y evaluando la FFT para 1024 puntos se obtienen  $db=170$  grados de libertad para la función distribución chi-cuadrado de dicha función.

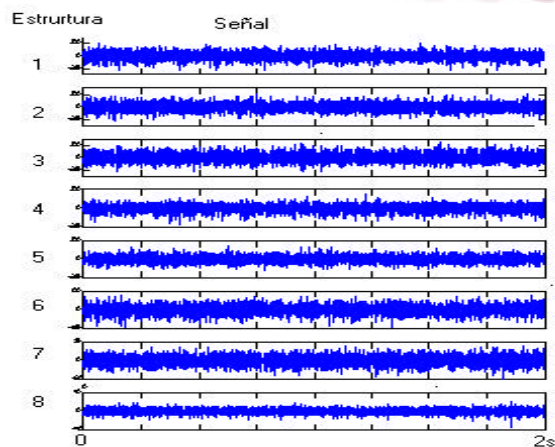


Fig.1. Señales características de estructuras profundas del cerebro registradas con semimicroelectrodos. Téngase en cuenta que son graficadas con diferentes escalas. Subtálamo(1), Pálido Medial(2), Pálido Lateral(3), Tálamo(4), VIM(5), Estriado(6), Cápsula(7), Sustancia Blanca Subcortical(8).

Grupo	Media Media/ Std	Máximo Media/ Std	S Media± Std	p Media± Std
<b>N-G a)</b>	<b>1,18</b>	<b>2,75</b>	<b>253,35</b>	<b>0</b>
<b>G b)</b>	<b>0.018</b>	<b>0.022</b>	<b>17,48</b>	<b>1</b>
1	0.001± 0.002	0.029± 0.012	35.71± 44.24	0.989± 0.0101
2	0.001± 0.009	0.045± 0.076	41.22± 22.44	1.000± 0.003
3	0.001± 0.0067	0.056± 0.0107	38.56± 23.17	0.994± 0.061
4	0.008± 0.0023	0.024± 0.0041	30.98± 8.84	1.000± 0.000
5	0.005± 0,0072	0.056± 0,0192	53.94± 94.68	0.981± 0.0114
6	0,002± 0.0055	0,067± 0.0315	43.64± 87.08	0.972± 0.0162
7	0,008± 0,0052	0,045± 0,0352	54.17± 129.94	0.972± 0.0159
8.	0,001± 0,0070	0,061± 0,0101	38.58± 24.98	0.990± 0.099
<b>Total</b>	<b>0,002± 0,0011</b>	<b>0.036± 0.0418</b>	<b>42.21± 71.01</b>	<b>0.986± 0.0110</b>

**Tabla 1** Estadística descriptiva del cuadrado de la bicoherencia resultados de la prueba de Hinich ( $db=170$  grados de libertad) S: suma del cuadrado de bicoherencia, p: probabilidad de la prueba

Media(Máximo): Valor medio(máximo) del cuadrado de la bicoherencia. N-G(G) Señal patrón no Gaussiana (Gaussiana)

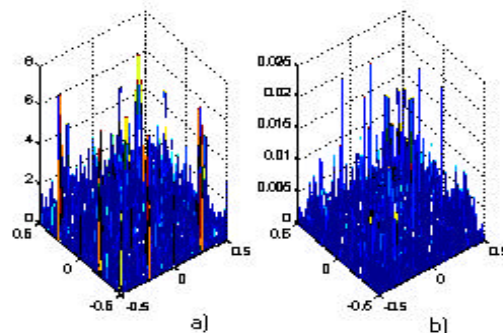


Fig. 2. Cuadrado de la bicoherencia para una señal generada artificialmente a) distribuida No-Gaussiana(exponencial), b)distribuida Gaussiana.

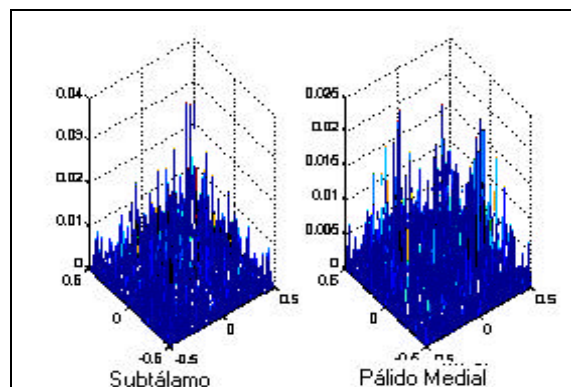


Fig. 3.Función cuadrado de la bicoherencia para una señal característica de estructuras profundas del cerebro

- a) Subtálamo
- b) Pálido Medial

#### 4. DISCUSIÓN

Del análisis de los resultados resumidos en la Tabla I y mostrados gráficamente en la figura 3, se puede ver que los valores cuadrados de la función de bicoherencia de las señales eléctricas en estudio, promediados en toda la región no redundante del biespectro son valores muy próximos a cero ( $0,002 \pm 0,001$ ), incluso si se consideran los valores máximos ( $0.036 \pm 0.0418$ ) de dicha función en esta región se puede concluir lo mismo. Cuán significantes o no son estas diferencias es mostrado por los valores de la probabilidad de poder contrastar la hipótesis de Gaussianidad en la distribución de las señales, de la tabla 1 el valor promedio para la misma es de  $0.986 \pm 0.110$ , que significa que se cometería un error con una probabilidad del  $98,6 \pm 1.1$  % al considerarse la presencia de no-gaussianidad en los datos. Es necesario añadir que no es posible asegurar la Gaussianidad de los datos, ni concluir algo sobre la presencia de no-linealidad en los mismos con los resultados de esta prueba. El biespectro de señales distribuidas uniformemente también tienen teóricamente un biespectro igual a cero, sin embargo esta prueba es más potente que la realizada sobre la base del skewness pues la simetría univariada o skewness igual a cero, no significa biespectro nulo. Ninguna prueba estadística reemplaza las conclusiones que es posible sacar al inspeccionar visualmente el histograma de los datos, pero en investigaciones con altos volúmenes de datos esto es prácticamente imposible para todo el conjunto. Este análisis y para validar los resultados se ha realizado con un grupo de señales representativas de cada grupo. A continuación se muestra (Figura 4.) el plot de la función de probabilidad normal de una de estas señales, como se observa los datos se encuentran distribuidos muy próximos a la línea de distribución normal, lo que se corresponde con los resultados de la prueba. El análisis se ha realizado con tamaños de muestras de 1024 observaciones, lo que se espera que con números mayores de observaciones los resultados sean mejores atendiendo al límite de tendencia central.



## 5. CONCLUSIONES

Se puede concluir que las señales registradas con semimicroelectrodos en estructuras cerebrales profundas en pacientes parkinsonianos no presentan desviaciones significativas de la distribución normal (Gaussiana) y que se puede esperar que el análisis de los resultados que se realicen empleando procedimientos que se basen en la función de autocovarianza y la función de densidad espectral de potencia de las mismas, arrojen la mayor cantidad de información útil para realizar interpretaciones consistentes sobre el proceso que tiene lugar en dichas estructuras.

Por otra parte no es posible concluir nada sobre la presencia de no-linealidad en los datos con esta prueba por lo que queda como recomendación aplicar pruebas con este objetivo utilizando la teoría de la dinámica no-lineal.

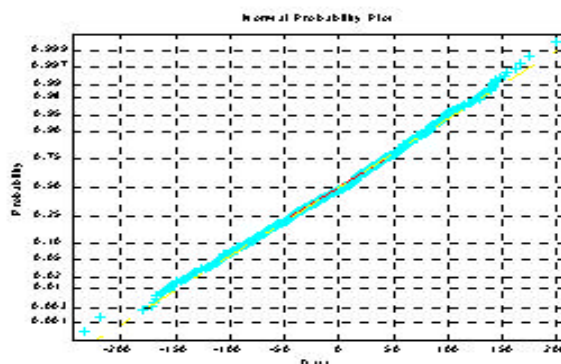


Fig.4 Ploteo de una señal característica del Subtálamo en un papel probabilístico normal, que muestra la normalidad en la distribución de los datos.

## REFERENCIAS

- [1]. Brillinger, D.R. and M. Rosenblatt, "Computation and interpretation of k-th order spectra," in Spectral Analysis of Time Series, B. Harris, ed., pp.189-232, John Wiley, 1967
- [2]. Brillinger, D.R., "An Introduction to Polyspectra," Ann. Math. Stat., Vol. 36, pp. 1351-74, 1965.
- [3]. Dmitriev, V.I, Teoría de la Información Aplicada, Moscú, 1989.
- [4]. Everitt, B.S. Statistical Methods for Medical Investigations. Oxford University, New York 1989.
- [5]. Handbook Electroencephalography and Clinical Neurophysiology: Methods of Analysis Brain Electrical and Magnetic Signals, Oxford, New York, 1987.
- [6]. Hinich, M.J., "Testing for Gaussianity and linearity of a stationary time series," J. Time Series Analysis, Vol. 3, pp. 169-76, 1982
- [7]. J. Teijeiro, R.J. Macías, C. Ohye, J.L. Muñoz, L.M. Álvarez, L. Ochoa, et al., Automatización de la correlación anatómo-fisiológica de las estructuras Neurológicas profundas del sistema nervioso central en la neurocirugía funcional estereotáxica. vol. 11, pp. 320-331, 1996.
- [8]. J. Teijeiro, R.J. Macías, C. Ohye, J.L. Muñoz, L.M. Álvarez, L. Ochoa, et al., Sistema automatizado de registro de la actividad eléctrica de estructuras profundas del sistema nervioso central. Neurocirugía, vol. 7, pp. 171-180, 1996
- [9]. R. Macías, J. Teijeiro, A. Torres, L. Alvarez, "Electrophysiological targeting in stereotaxic surgery for Parkinson's disease". En J.A. Obeso, M.R. DeLong (eds.) The basal ganglia and new surgical approaches for Parkinson's disease. Advances in Neurology. Philadelphia: Ed. Lippincott-Raven; vol. 74, pp. 175-182, 1997.
- [10]. Rioul, O. and M. Vetterli, "Wavelets and signal processing," IEEE Signal Processing Magazine, pp. 14-38, Oct 1991.
- [11]. Swami, A. and J.M. Mendel, "ARMA parameter estimation using only output cumulants," IEEE Trans. ASSP, Vol. 38, pp. 1257-65, July 1990.
- [12]. Swami, A. and J.M. Mendel, "Cumulant-based approach to the harmonic retrieval and related problems," IEEE Trans. ASSP, Vol. 39, pp. 1099-1109, May 1991.
- [13]. Swami, A., "Some new results in higher-order statistics," Proc. Intl. Signal Processing Workshop on Higher-Order Statistics, Chamrousse, France, pp.135-38, July 1991.
- [14]. Wilian, W.S. Time Series Analysis. Univariate and Multivariate Methods, New York 1990.